Science and Education Journal
Vol 5 No 3 (2026)
E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

Analisis Kesulitan Siswa Dalam Memahami Representasi Visual Pada Pola Bilangan Berdasarkan Standar Representasi Matematis NCTM

Imelda Lestari[1], M.Umarudin[2], Mia Novalia Alfira[3], Netriwati[4]
[1]Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung, imeldalestari0008@gmail.com
[2,3]Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung, mianovaliaalfira@gmail.com
[4]Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung, netriwati@radenintan.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesulitan siswa dalam memahami representasi visual pada materi pola bilangan berdasarkan standar representasi matematis National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Penelitian menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif dengan melibatkan 35 siswa kelas VIII yang mengikuti tes tertulis dan lima siswa yang diwawancarai. Instrumen penelitian berupa lima soal pola bilangan dengan penyajian numerik dan visual serta wawancara yang berfokus pada proses penyelesaian siswa. Data dianalisis melalui reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan dengan mengacu pada tiga aspek representasi matematis, yaitu memahami informasi visual, menghubungkan representasi, dan menggunakan hubungan matematis dalam penyelesaian masalah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa relatif mampu mengenali keteraturan pada pola numerik, tetapi mengalami kesulitan ketika pola disajikan melalui susunan visual. Pada soal batang korek api, siswa dapat mengidentifikasi adanya pertambahan jumlah unsur, tetapi belum sepenuhnya mampu menghubungkan perubahan tersebut dengan aturan matematis yang berlaku secara umum. Siswa cenderung menggunakan strategi penghitungan dan penyusunan pola secara bertahap, yang pada pekerjaan tertentu belum menghasilkan jawaban tepat. Temuan ini menunjukkan bahwa kesulitan utama berkaitan dengan proses mengubah pengamatan visual menjadi hubungan matematis yang dapat digunakan untuk menentukan suku tertentu.

Kata Kunci: *generalisasi pola, kesulitan siswa, NCTM, pola bilangan, representasi visual.*

Abstract

This study aimed to analyze students' difficulties in understanding visual representations of number patterns based on the mathematical representation standards of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). A qualitative descriptive approach was employed, involving 35 eighth-grade students who completed a written test and five students who participated in interviews. The instruments consisted of five number pattern problems presented in numerical and visual forms, along with interviews focusing on students' solution processes. Data were analyzed through data reduction, data display, and conclusion drawing, guided by three aspects of mathematical representation: interpreting visual information, connecting representations, and using mathematical relationships in problem solving. The findings showed that students were relatively able to recognize regularities in numerical patterns but encountered greater difficulties when patterns were presented visually. In the matchstick pattern problem, students identified increases in the number of elements but struggled to connect these changes to a general mathematical rule. They tended to count and construct successive patterns, which did not always produce accurate solutions. These findings indicate that the main difficulty involved transforming visual observations into mathematical relationships that could be applied to determine specific pattern terms.

Keywords: *NCTM, number patterns, pattern generalization, student difficulties, visual representation.*

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

Corresponding Author:
Imelda Lestari
Universitas Islam Negeri raden Intan Lampung; imeldalestari0008@gmail.com

PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika tidak hanya menuntut siswa memperoleh jawaban yang benar, tetapi juga memahami hubungan antarkonsep dan menyampaikan gagasan matematis melalui berbagai bentuk representasi. Representasi matematis memungkinkan suatu konsep dinyatakan dalam bentuk gambar, diagram, tabel, bilangan, simbol, maupun bahasa verbal sehingga hubungan yang bersifat abstrak dapat dipahami melalui bentuk yang lebih konkret. *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) menetapkan representasi sebagai salah satu standar proses matematika yang menekankan kemampuan membangun, menggunakan, dan menghubungkan berbagai representasi dalam pemecahan masalah. Namun, penggunaan representasi yang beragam tidak secara otomatis menghasilkan pemahaman konseptual karena siswa juga harus mampu mengenali struktur matematis yang terkandung di dalamnya. Representasi yang dikembangkan siswa dapat mendukung pembentukan generalisasi, sedangkan keberhasilan berpindah dari satu bentuk representasi ke bentuk lain bergantung pada kemampuan mempertahankan hubungan matematis yang mendasarinya (Schifter & Russell, 2022; Yao, 2022). Perbedaan antara kemampuan membaca representasi dan memahami hubungan matematis menjadi persoalan penting karena siswa dapat mengenali informasi yang terlihat tanpa mampu menggunakannya untuk menghasilkan penyelesaian yang berlaku secara umum.

Permasalahan tersebut menjadi lebih nyata dalam pembelajaran pola bilangan yang mengharuskan siswa mengamati perubahan, mengidentifikasi keteraturan, dan menentukan hubungan antara urutan pola dengan banyaknya unsur penyusunnya. Pola bilangan yang disajikan dalam bentuk gambar memberikan kesempatan kepada siswa untuk memahami pertambahan melalui susunan objek, tetapi pengamatan visual belum tentu berkembang menjadi kemampuan menentukan aturan umum. Penelitian menunjukkan bahwa struktur gambar dapat membantu siswa mengembangkan penalaran aljabar, meskipun bentuk visual tertentu juga dapat mengarahkan perhatian pada penghitungan unsur secara berulang daripada hubungan matematis yang mendasari pola (Wilkie, 2022). Kesulitan ini berkaitan dengan perbedaan antara penalaran rekursif yang berfokus pada hubungan antarsuku berurutan dan penalaran korespondensi yang menghubungkan nomor urut pola dengan jumlah unsur pada setiap suku (Pinto et al., 2022; Sterner, 2025). Perkembangan dari pengenalan pertambahan menuju generalisasi aljabar memerlukan kemampuan memahami bahwa suatu hubungan tidak hanya berlaku pada beberapa contoh, tetapi juga pada pola yang lebih luas (Torres et al., 2024). Dengan demikian, kemampuan melanjutkan gambar atau menentukan beberapa suku awal tidak dapat langsung dijadikan bukti bahwa siswa telah memahami keteraturan secara matematis.

Fenomena serupa teridentifikasi dalam penelitian ini melalui hasil tes tertulis terhadap 35 siswa kelas VIII yang mengerjakan lima soal pola bilangan dengan penyajian numerik dan visual. Jawaban siswa memperlihatkan bahwa beberapa soal numerik relatif dapat diselesaikan dengan mengenali pertambahan bilangan, meskipun

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

masih ditemukan kesalahan pada penentuan suku tertentu dan penyusunan rumus. Kesulitan yang lebih menonjol ditemukan pada soal representasi visual berupa susunan batang korek api yang meminta siswa menentukan banyaknya batang pada pola ke-10. Beberapa siswa mampu mengenali bahwa jumlah batang mengalami pertambahan, tetapi memilih menghitung dan menyusun pola secara bertahap tanpa menggunakan hubungan tersebut untuk menentukan aturan umum. Informasi dari wawancara terhadap lima siswa turut menunjukkan adanya kesulitan dalam menentukan cara penyelesaian yang lebih langsung, termasuk pengakuan bahwa rumus yang berkaitan dengan pola bilangan tidak lagi diingat. Kondisi ini menunjukkan perlunya analisis terhadap proses siswa dalam menginterpretasikan informasi visual dan menghubungkannya dengan aturan matematis, bukan sekadar mengidentifikasi benar atau salahnya jawaban akhir.

Analisis terhadap kesulitan representasi visual diperlukan karena strategi yang digunakan siswa dapat memberikan informasi mengenai pemahaman mereka terhadap struktur dan generalisasi pola bilangan. Penggunaan beberapa bentuk representasi berpotensi membantu siswa memahami hubungan matematis, tetapi manfaatnya tidak selalu sama untuk setiap aspek penalaran, sebagaimana ditunjukkan oleh perbedaan hasil pembelajaran dengan representasi tunggal dan majemuk (Rolfes et al., 2022). Penelitian lain menjelaskan bahwa pemahaman hubungan fungsional dapat dikembangkan melalui aktivitas yang menghubungkan pengalaman konkret dengan representasi yang lebih abstrak, terutama ketika siswa memperoleh kesempatan untuk menafsirkan perubahan antarkuantitas (Wei et al., 2024). Penggunaan konteks visual yang dekat dengan pengalaman siswa juga dapat membantu mereka mengidentifikasi struktur pola apabila disertai dukungan pembelajaran yang mengarahkan perhatian pada hubungan matematis (Hunter & Miller, 2022). Sementara itu, Pittalis (2023) menekankan pentingnya kepekaan terhadap struktur aritmetika dan aljabar dalam perkembangan kemampuan siswa menghubungkan operasi bilangan dengan bentuk generalisasi. Berdasarkan pandangan tersebut, kesulitan dalam menyelesaikan pola visual perlu ditelaah sebagai persoalan memahami dan menghubungkan struktur matematis, tanpa langsung menyimpulkannya sebagai ketidakmampuan siswa mengamati gambar.

Penelitian terdahulu telah mengkaji berbagai strategi dan bentuk representasi yang mendukung perkembangan kemampuan generalisasi pola serta penalaran aljabar siswa. Pang dan Sunwoo (2022) membahas perancangan materi pola dan hubungan korespondensi untuk mengembangkan pemikiran fungsional, sedangkan Eckert dan Nilsson (2022) menelaah bagaimana pengelolaan diskusi matematis berbantuan teknologi dapat mendukung penalaran dalam generalisasi pola. Kajian tentang penggunaan representasi dalam pembelajaran juga menunjukkan perlunya mempertimbangkan kualitas hubungan antarrepresentasi, bukan hanya keberagaman bentuk penyajiannya (Dreher et al., 2024). Dalam penelitian terhadap calon guru, strategi yang digunakan untuk menyelesaikan soal generalisasi pola ditemukan berkaitan dengan jenis kesulitan pembelajaran yang mereka perkirakan akan dialami siswa (Lee & Lee, 2023). Penelitian Wilkie (2024) menunjukkan bahwa koordinasi penalaran visual dan aljabar dapat membantu siswa membangun hubungan konseptual dalam generalisasi pola kuadratik, sedangkan Paoletti et al. (2024) menekankan pentingnya memahami cara siswa menafsirkan perubahan dua kuantitas yang direpresentasikan secara grafik. Secara keseluruhan, penelitian tersebut mengindikasikan bahwa keberhasilan representasi matematis berkaitan dengan cara siswa mengorganisasi informasi, menghubungkan bentuk penyajian, dan membangun hubungan yang mendukung generalisasi.

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

Meskipun kajian mengenai representasi visual dan generalisasi pola telah berkembang, penelitian-penelitian tersebut menunjukkan perbedaan fokus yang masih menyisakan ruang untuk analisis kesulitan siswa pada materi pola bilangan. Penelitian tentang pola kuadratik dan koordinasi penalaran visual dengan simbolik lebih menekankan proses pembentukan hubungan aljabar, sedangkan penelitian tentang representasi grafik berfokus pada perkembangan pemikiran fungsional dan hubungan antarkuantitas (Sterner, 2025; Wilkie, 2024). Kajian mengenai bentuk representasi pada aljabar awal juga memperlihatkan bahwa siswa dapat mencapai tingkat generalisasi yang berbeda meskipun menggunakan persoalan yang sejenis, sehingga kesamaan jawaban tidak selalu mencerminkan kesamaan proses berpikir (Polo-Blanco et al., 2025). Dalam konteks yang berbeda, Acosta et al. (2024) menelaah representasi dan justifikasi pola berulang pada pendidikan anak usia dini, sedangkan Çakıroğlu dan Muştuoğlu (2025) mengkaji pengembangan keterampilan generalisasi melalui aktivitas pemrograman Scratch. Kesenjangan yang menjadi fokus penelitian ini adalah perlunya penjelasan lebih terarah mengenai letak kesulitan siswa SMP ketika menghubungkan perubahan pada susunan visual dengan pola numerik dan aturan umum, khususnya melalui kerangka standar representasi matematis NCTM. Analisis tersebut diperlukan untuk membedakan kesulitan mengidentifikasi informasi pada gambar, memahami hubungan antarsuku, dan menggunakan keteraturan yang ditemukan dalam menentukan suku tertentu.

Berdasarkan permasalahan dan kesenjangan penelitian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesulitan siswa kelas VIII dalam memahami representasi visual pada materi pola bilangan berdasarkan standar representasi matematis NCTM. Analisis difokuskan pada kemampuan siswa memahami informasi yang disajikan melalui susunan visual, menghubungkan perubahan gambar dengan keteraturan bilangan, dan menggunakan hubungan tersebut untuk menentukan pola yang ditanyakan. Penelitian menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif dengan memanfaatkan hasil tes tertulis dari 35 siswa dan wawancara terhadap lima siswa untuk memperoleh pemahaman yang lebih mendalam mengenai proses penyelesaian dan kesulitan yang muncul. Standar representasi NCTM digunakan sebagai kerangka analisis untuk mengidentifikasi tahapan yang telah dapat dilakukan siswa dan bagian yang masih menunjukkan hambatan dalam penggunaan representasi matematis. Secara teoretis, penelitian ini diharapkan memperkaya pemahaman mengenai karakteristik kesulitan representasi visual dalam generalisasi pola bilangan, khususnya pada proses menghubungkan pengamatan konkret dengan aturan matematis. Secara praktis, hasil penelitian diharapkan dapat menjadi pertimbangan bagi guru dalam merancang pembelajaran yang menuntun siswa dari pengamatan perubahan pada gambar menuju identifikasi keteraturan, pembentukan aturan umum, dan penggunaannya dalam penyelesaian masalah.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif untuk menganalisis kesulitan siswa dalam memahami representasi visual pada materi pola bilangan berdasarkan standar representasi matematis *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Pendekatan ini dipilih karena penelitian berfokus pada pengungkapan karakteristik kesulitan siswa melalui proses penyelesaian masalah, bukan pada pengujian hubungan antarvariabel atau pengukuran pengaruh perlakuan tertentu. Pendekatan kualitatif memungkinkan peneliti menginterpretasikan pengalaman dan proses penyelesaian masalah berdasarkan data yang diperoleh dalam konteks penelitian tertentu (Creswell & Poth, 2024). Penelitian dilaksanakan pada

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

siswa kelas VIII SMP 42 Bandar Lampung dengan melibatkan 35 siswa yang mengikuti tes tertulis dan lima siswa yang diwawancarai untuk memperoleh informasi lebih mendalam mengenai proses penyelesaian dan kesulitan yang mereka alami.

Data penelitian dikumpulkan melalui tes tertulis dan wawancara yang diarahkan untuk mengidentifikasi kemampuan siswa memahami informasi visual, mengenali keteraturan perubahan pola, serta menghubungkan representasi visual dengan aturan matematis. Tes tertulis terdiri atas lima soal pola bilangan yang mencakup penyajian numerik dan visual, dengan perhatian khusus pada soal keempat berupa susunan batang korek api yang meminta siswa menentukan banyaknya batang pada pola ke-10. Penggunaan soal dengan bentuk representasi berbeda memungkinkan peneliti mengidentifikasi perbedaan kesulitan yang muncul ketika siswa menyelesaikan pola numerik dan ketika mereka harus menafsirkan susunan objek secara visual. Analisis didasarkan pada standar representasi matematis NCTM yang menekankan kemampuan siswa membangun dan menggunakan representasi, menghubungkan berbagai bentuk representasi, serta memanfaatkannya dalam penyelesaian masalah (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Dalam penelitian ini, standar tersebut dioperasionalkan melalui tiga aspek, yaitu kemampuan memahami informasi pada representasi yang disajikan, menghubungkan representasi visual dengan keteraturan numerik, serta menggunakan hubungan tersebut untuk menentukan pola yang ditanyakan.

Pengumpulan data dilakukan melalui pemberian tes tertulis kepada 35 siswa, kemudian dilanjutkan dengan wawancara terhadap lima siswa untuk memperjelas strategi penyelesaian dan kesulitan yang tidak sepenuhnya dapat diidentifikasi melalui jawaban tertulis. Pertanyaan wawancara berfokus pada pemahaman siswa terhadap susunan gambar, cara mereka mengidentifikasi pertambahan batang korek api, strategi yang digunakan untuk menentukan pola ke-10, serta alasan menggunakan atau tidak menggunakan aturan umum. Wawancara dalam penelitian kualitatif memungkinkan partisipan menjelaskan pengalaman dan pemahamannya melalui jawaban yang memberikan informasi lebih mendalam mengenai fenomena yang diteliti (Knott et al., 2022). Hasil tes tertulis menjadi sumber informasi mengenai langkah penyelesaian siswa, sedangkan wawancara digunakan untuk memperoleh penjelasan tambahan mengenai pertimbangan yang mendasari strategi tersebut. Kedua sumber data tersebut digunakan untuk memahami kesulitan siswa dalam menghubungkan informasi visual dengan aturan matematis pada pola bilangan.

Data yang diperoleh dianalisis secara deskriptif kualitatif melalui tahapan reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan, yang sejalan dengan kerangka analisis data kualitatif yang dijelaskan oleh Miles et al. (2020). Pada tahap reduksi data, jawaban tertulis dan informasi hasil wawancara ditelaah berdasarkan relevansinya dengan kesulitan memahami representasi visual dan menghubungkannya dengan aturan matematis. Data yang relevan kemudian disajikan melalui uraian hasil tes, contoh pekerjaan siswa, dan kutipan wawancara untuk memperlihatkan hubungan antara strategi penyelesaian dengan kesulitan yang teridentifikasi. Interpretasi dilakukan dengan membandingkan informasi dari jawaban tertulis dan wawancara berdasarkan ketiga aspek analisis representasi matematis yang digunakan. Kesimpulan ditarik dengan mengidentifikasi karakteristik kesulitan siswa dalam membaca informasi visual, memahami keteraturan pertambahan, dan menggunakan keteraturan tersebut untuk menentukan aturan pola, dengan tetap membatasi interpretasi pada data penelitian yang tersedia.

HASIL DAN PEMBAHASAN

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

Hasil penelitian diperoleh dari tes tertulis terhadap 35 siswa kelas VIII yang mengerjakan lima soal pola bilangan serta wawancara terhadap lima siswa. Kelima soal tersebut mencakup penyajian numerik dan visual dengan tuntutan penyelesaian yang berbeda, mulai dari menentukan suku berikutnya hingga merumuskan aturan umum suatu pola. Berdasarkan penelaahan jawaban siswa, kesulitan yang lebih menonjol ditemukan pada soal nomor 4 yang menggunakan representasi visual berupa susunan batang korek api. Analisis selanjutnya difokuskan pada persoalan tersebut dengan menggunakan tiga aspek representasi matematis NCTM, yaitu memahami informasi yang direpresentasikan, menghubungkan berbagai bentuk representasi, dan menggunakannya dalam penyelesaian masalah. Ringkasan hasil tes pada masing-masing soal disajikan dalam Tabel 1.

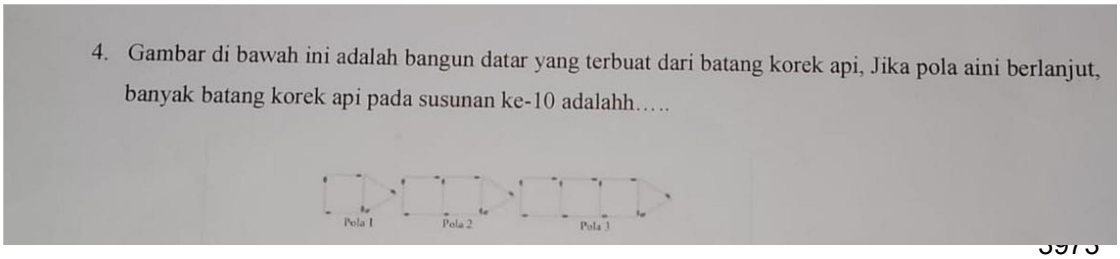
Tabel 1. Ringkasan Hasil Tes Siswa pada Materi Pola Bilangan

No. soal	Bentuk penyajian	Kemampuan yang diukur	Temuan
1	Numerik	Menentukan suku berikutnya dan beda pola	Siswa relatif mampu mengenali pertambahan bilangan.
2	Numerik	Menentukan suku ke-15	Masih ditemukan kesalahan dalam menentukan suku tertentu.
3	Numerik	Menentukan beda, rumus suku ke-\(n\), dan suku ke-20	Masih ditemukan kesalahan dalam menentukan rumus dan suku tertentu.
4	Visual	Menentukan banyak batang korek api pada pola ke-10	Kesulitan paling menonjol ditemukan pada soal ini.
5	Numerik	Menentukan suku ke-20	Siswa relatif mampu menggunakan pola pertambahan.

1. Pemahaman Informasi dalam Representasi Visual

Hasil analisis menunjukkan bahwa kesulitan siswa pada soal pola bilangan tidak selalu dimulai dari ketidakmampuan mengenali informasi yang disajikan melalui gambar. Pada soal nomor 4, siswa dihadapkan pada susunan batang korek api yang berubah secara teratur dan diminta menentukan banyaknya batang pada pola ke-10. Jawaban tertulis serta keterangan wawancara memperlihatkan bahwa siswa yang dianalisis dapat mengenali adanya pertambahan batang dari satu susunan ke susunan berikutnya. Pengenalan tersebut menunjukkan bahwa siswa telah menangkap informasi visual dasar berupa perubahan jumlah unsur pada pola. Namun, kemampuan mengidentifikasi perubahan belum cukup untuk memastikan bahwa siswa memahami hubungan matematis yang mendasari susunan tersebut. Dalam kerangka NCTM, temuan ini memperlihatkan perbedaan antara memperoleh informasi dari representasi dan menggunakan informasi tersebut untuk membangun pemahaman matematis yang lebih terstruktur.

Gambar 1. Soal pola bilangan dengan representasi visual

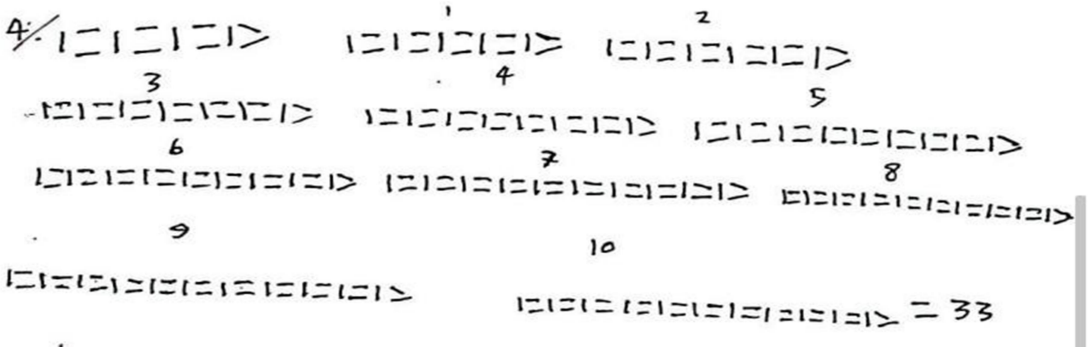


E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

Keberhasilan mengenali perubahan pada gambar perlu dipahami sebagai langkah awal dalam proses interpretasi representasi visual, bukan sebagai bukti bahwa siswa telah menguasai generalisasi pola. Dalam penelitian ini, siswa dapat menyebutkan adanya pertambahan, tetapi masih membutuhkan kegiatan menghitung untuk memastikan perubahan jumlah batang korek api. Artinya, perhatian siswa telah tertuju pada unsur yang tampak dalam gambar, sementara hubungan antarsusunan belum sepenuhnya digunakan untuk mengembangkan aturan. Penelitian Wilkie (2022) menunjukkan bahwa struktur visual dapat mengarahkan perhatian siswa pada karakteristik matematis tertentu, tetapi juga dapat memunculkan tindakan yang kurang produktif bagi generalisasi simbolik. Temuan Hunter dan Miller (2022) turut menjelaskan bahwa pengenalan struktur pada pola berkembang memerlukan perhatian terhadap hubungan matematis, bukan sekadar pengamatan bentuk yang ditampilkan. Dengan demikian, pengenalan pertambahan pada gambar merupakan kemampuan awal yang perlu dikembangkan melalui kegiatan mengidentifikasi hubungan antara jumlah unsur dan urutan pola.

2. Kesulitan Menghubungkan Representasi Visual dengan Keteraturan Matematis

Kesulitan yang lebih jelas muncul ketika siswa perlu menghubungkan pertambahan batang korek api dengan pola bilangan yang berlaku pada setiap susunan. Berdasarkan gambar soal, jumlah batang korek api pada tiga pola awal berturut-turut adalah 7, 10, dan 13, sehingga terdapat pertambahan tetap sebanyak tiga batang. Keteraturan tersebut dapat dikenali melalui perbandingan jumlah batang pada pola berurutan dan selanjutnya digunakan untuk menentukan hubungan antara urutan pola dengan banyaknya batang. Akan tetapi, pada pekerjaan siswa yang ditampilkan dalam penelitian, pertambahan tersebut belum dimanfaatkan secara tepat sebagai dasar penyelesaian. Siswa memilih mengembangkan susunan secara bertahap, sehingga informasi visual masih diperlakukan sebagai objek yang harus dihitung, bukan sebagai representasi hubungan yang dapat digunakan secara umum.



Kesulitan ini memperlihatkan adanya hambatan pada proses menghubungkan representasi gambar dengan keteraturan numerik yang mendasarinya.

Gambar 2. Jawaban siswa pada soal nomor 4

Pekerjaan siswa pada Gambar 2 menunjukkan hasil akhir sebanyak 33 batang korek api, sedangkan jumlah yang sesuai dengan pola pada soal adalah 34 batang. Perbedaan tersebut memperlihatkan bahwa penyusunan pola secara bertahap belum menghasilkan perhitungan yang tepat pada pekerjaan siswa tersebut. Secara matematis, pertambahan tetap sebesar tiga memungkinkan jumlah batang ditentukan

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

melalui hubungan antara posisi pola dan jumlah batang pada susunan awal. Akan tetapi, bukti jawaban yang tersedia belum cukup untuk menentukan secara pasti pada tahap mana kesalahan penghitungan terjadi. Kesalahan dapat berkaitan dengan proses membangun susunan lanjutan atau menghitung jumlah batang, tetapi penjelasan yang lebih spesifik memerlukan pemeriksaan rinci terhadap setiap langkah pekerjaan siswa. Oleh karena itu, hasil ini lebih tepat ditafsirkan sebagai kesulitan menggunakan keteraturan visual secara konsisten daripada langsung dikategorikan sebagai ketidakmampuan memahami konsep pola bilangan secara keseluruhan.

Temuan tersebut memiliki hubungan dengan kajian mengenai transformasi representasi dalam proses generalisasi matematis. Yao (2022) membedakan generalisasi yang bergantung pada pengamatan empiris dengan generalisasi struktural yang didasarkan pada hubungan matematis yang berlaku dalam suatu pola. Pada penelitian ini, kegiatan menyusun dan menghitung batang korek api secara berurutan menunjukkan penggunaan informasi yang terikat pada susunan tertentu, sedangkan pembentukan hubungan antara nomor pola dan jumlah batang belum tampak pada jawaban yang dianalisis. Penelitian Torres et al. (2024) juga menjelaskan bahwa perkembangan dari generalisasi aritmetika menuju generalisasi aljabar berkaitan dengan kemampuan menyatakan keteraturan sebagai hubungan yang berlaku lebih luas, bukan hanya mengamati pertambahan pada beberapa contoh. Perbandingan tersebut menunjukkan bahwa pengamatan terhadap perubahan numerik belum selalu diikuti pemahaman tentang hubungan yang mengatur perubahan tersebut. Dalam pembelajaran pola bilangan, kondisi ini mengisyaratkan perlunya penekanan pada alasan matematis di balik pertambahan unsur sebelum siswa diminta menentukan suku yang lebih jauh.

3. Penggunaan Representasi dalam Menentukan Aturan Umum Pola Bilangan

Kesulitan berikutnya berkaitan dengan penggunaan informasi visual dan keteraturan numerik untuk menentukan suku yang tidak ditampilkan secara langsung pada gambar. Dalam soal nomor 4, siswa diminta menentukan banyaknya batang korek api pada pola ke-10, sehingga penyelesaian memerlukan hubungan antara nomor pola dan jumlah batang pada setiap susunan. Berdasarkan pola awal 7, 10, dan 13, hubungan tersebut dapat dinyatakan melalui aturan $U_n = 7 + (n - 1)$ dengan U_n menyatakan jumlah batang pada pola ke-n subsitusi $n = 10$ menhasilkan $U_{10} = 7 + 3(9) = 34$ sehingga banyaknya batang korek api yang diperlukan pada pola ke-10 adalah 34 batang. Aturan tersebut memungkinkan penyelesaian tanpa harus menggambar seluruh susunan dari pola pertama hingga pola kesepuluh. Namun, pekerjaan siswa yang dianalisis memperlihatkan penggunaan strategi penyusunan pola secara bertahap, bukan pembentukan aturan umum secara langsung.

Hasil wawancara memberikan penjelasan tambahan mengenai alasan siswa menggunakan strategi tersebut. Salah satu siswa menyatakan bahwa soal visual relatif sulit, meskipun ia dapat mengenali bahwa gambar menunjukkan pertambahan batang korek api. Ketika diminta menjelaskan cara menentukan pola ke-10, siswa menyampaikan bahwa ia perlu menyusun pola dari awal dan tidak langsung menggunakan rumus. Pernyataan tersebut menunjukkan adanya perbedaan antara kemampuan mengenali perubahan yang terlihat dan kemampuan memilih strategi yang memanfaatkan hubungan matematis secara langsung. Kutipan wawancara berikut memperlihatkan proses penyelesaian tersebut.

Kutipan wawancara siswa

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

Peneliti: "Kalau menurut kamu soal nomor 4 ini susah ga?" Siswa: "Lumayan susah sih kak."
Peneliti: "Kalau kamu lihat gambar pada soal nomor 4, kamu paham nggak gambar itu menunjukkan apa?"
Siswa: "Pertambahan batang korek api nya."
Peneliti: "Kamu tahu batangnya bertambah dari mana?" Siswa: "Dihitung."
Peneliti: "Kalau ditanya pola ke-10, kamu langsung tahu caranya atau harus menyusun dari awal?"
Siswa: "Harus nyusun."
Peneliti: "Kalau seharusnya menggunakan rumus atau cara cepat, kamu bisa?"
Siswa: "Lupa rumusnya kak."
Peneliti: "Jadi kamu hitung satu-satu karena gatau rumusnya?"\ Siswa: "Iya kak."

Pernyataan siswa bahwa ia harus menyusun pola dari awal dan lupa menggunakan rumus memberikan informasi mengenai strategi yang tidak sepenuhnya terlihat melalui jawaban tertulis. Kesulitan tersebut tidak dapat langsung disamakan dengan ketidakmampuan melakukan generalisasi karena siswa mungkin telah mengenali pertambahan tetap, tetapi belum mampu menggunakannya untuk menentukan suku yang lebih jauh. Strategi penyusunan bertahap juga tidak selalu keliru secara matematis, sebab strategi rekursif dapat menghasilkan jawaban benar apabila diterapkan secara konsisten. Persoalan dalam jawaban yang dianalisis adalah bahwa strategi tersebut belum menghasilkan jumlah batang yang tepat dan belum menunjukkan penggunaan hubungan langsung antara nomor pola dengan banyaknya batang.

Penelitian Yao (2022) menunjukkan pentingnya transformasi representasi yang mempertahankan struktur matematis dalam perkembangan generalisasi, sedangkan Torres et al. (2024) menjelaskan proses peralihan dari pengamatan keteraturan aritmetika menuju pernyataan hubungan yang berlaku secara umum. Berdasarkan perbandingan tersebut, pembelajaran dapat diarahkan untuk membantu siswa menjelaskan alasan pertambahan tetap dan menghubungkannya dengan nomor pola, bukan hanya mengingat rumus sebagai prosedur penyelesaian.

Dalam kerangka standar representasi matematis NCTM, penggunaan suatu representasi untuk menyelesaikan masalah mencakup kemampuan memanfaatkan hubungan yang diperoleh dari representasi tersebut. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang dianalisis telah menggunakan gambar untuk mengamati perubahan, tetapi belum sepenuhnya memanfaatkan hubungan antarunsur sebagai dasar menentukan suku tertentu secara lebih langsung. Kondisi ini memperlihatkan bahwa keberhasilan membaca informasi visual dan keberhasilan menggunakan representasi untuk menyelesaikan masalah merupakan dua kemampuan yang saling berhubungan, tetapi tidak selalu berkembang pada tingkat yang sama. Penelitian Hunter dan Miller (2022) memperlihatkan pentingnya aktivitas pembelajaran yang membantu siswa mengidentifikasi struktur pola dan mengartikulasikan generalisasi matematis melalui representasi.

Dalam konteks penelitian ini, pembelajaran yang meminta siswa menjelaskan hubungan antara susunan gambar, pertambahan jumlah batang, dan nomor pola berpotensi membantu mereka membangun pemahaman aturan umum secara lebih

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

bermakna. Implikasi tersebut merupakan arahan pedagogis berdasarkan interpretasi temuan, bukan hasil pengujian efektivitas suatu strategi pembelajaran.

Secara keseluruhan, hasil penelitian memperlihatkan keterkaitan antara kemampuan memahami informasi visual, menghubungkan representasi, dan menggunakan hubungan matematis dalam penyelesaian masalah pola bilangan. Pengenalan adanya pertambahan batang korek api menunjukkan bahwa informasi dasar pada representasi visual dapat dipahami oleh siswa yang dianalisis, tetapi pemahaman tersebut belum selalu berkembang menjadi pengenalan hubungan matematis yang dapat digunakan secara umum. Ketika hubungan antara perubahan gambar dan nomor pola belum terbentuk secara jelas, siswa cenderung mempertahankan strategi penyusunan bertahap yang pada pekerjaan tertentu menghasilkan kesalahan penghitungan.

Dengan demikian, kesulitan yang ditemukan tidak cukup dijelaskan sebagai persoalan membaca gambar atau mengingat rumus semata, melainkan berkaitan dengan proses menghubungkan informasi konkret dengan keteraturan numerik dan penggunaannya dalam generalisasi. Ketiga aspek representasi NCTM memberikan kerangka yang saling melengkapi untuk menjelaskan perbedaan antara informasi yang berhasil dikenali siswa dan hubungan matematis yang belum berhasil mereka manfaatkan dalam penyelesaian soal. Sintesis ini menempatkan pengembangan pemahaman struktur pola sebagai perhatian pedagogis yang relevan berdasarkan bukti penelitian.

SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa kesulitan siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan berbasis representasi visual terutama terletak pada kemampuan menghubungkan informasi yang diamati dengan keteraturan dan aturan matematis yang berlaku secara umum. Siswa dapat mengenali adanya pertambahan unsur pada susunan gambar, tetapi pengenalan tersebut belum selalu diikuti kemampuan membangun hubungan antara urutan pola dan jumlah unsur yang direpresentasikan. Kondisi ini tercermin dari kecenderungan menggunakan strategi penghitungan dan penyusunan pola secara bertahap, yang pada pekerjaan siswa yang dianalisis belum menghasilkan penyelesaian yang tepat. Dalam konteks penelitian ini, kesulitan tersebut tidak dapat disederhanakan sebagai ketidakmampuan membaca gambar atau mengingat rumus, melainkan berkaitan dengan proses mengembangkan pengamatan visual menjadi hubungan matematis yang dapat digunakan untuk menentukan suku tertentu.

Ditinjau dari standar representasi matematis NCTM, temuan ini memperlihatkan bahwa kemampuan memahami informasi visual, menghubungkan representasi, dan menggunakannya dalam pemecahan masalah merupakan aspek yang saling berkaitan, tetapi tidak selalu ditunjukkan secara bersamaan oleh siswa. Dengan demikian, pembelajaran pola bilangan perlu memberikan perhatian pada proses mengidentifikasi struktur dan menjelaskan hubungan antara susunan visual, keteraturan numerik, serta aturan umum, sehingga penggunaan representasi tidak berhenti pada kegiatan mengamati atau menghitung objek, tetapi berkembang menjadi pemahaman matematis yang lebih terstruktur.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih kepada Universitas Islam Negeri (UIN) Raden Intan Lampung, khususnya Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan, atas dukungan akademik dalam pelaksanaan dan

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

penyusunan penelitian ini. Ucapan terima kasih juga disampaikan kepada pihak sekolah, guru, dan siswa yang telah memberikan kesempatan serta berpartisipasi dalam proses pengumpulan data penelitian. Penulis turut mengapresiasi seluruh pihak yang telah memberikan arahan, masukan, dan dukungan selama proses penelitian hingga penyusunan artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

Acosta, Y., Alsina, Á., & Pincheira, N. (2024). Computational thinking and repetition patterns in early childhood education: Longitudinal analysis of representation and justification. *Education and Information Technologies, 29*, 7633–7658. https://doi.org/10.1007/s10639-023-12051-6

Çakıroğlu, Ü., & Muştuoğlu, E. (2025). Mathematical thinking behind coding: Promoting generalization skills via Scratch. *International Journal of Science and Mathematics Education, 23*, 2375–2396. https://doi.org/10.1007/s10763-025-10556-9

Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2024). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (5th ed.). SAGE Publications.

Dreher, A., Wang, T.-Y., Feltes, P., Hsieh, F.-J., & Lindmeier, A. (2024). High-quality use of representations in the mathematics classroom: A matter of the cultural perspective? *ZDM – Mathematics Education, 56*, 965–980. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01597-5

Eckert, A., & Nilsson, P. (2022). The emergence of the "FlexTech" orchestration of inferential reasoning on pattern generalization. *Digital Experiences in Mathematics Education, 8*, 1–26. https://doi.org/10.1007/s40751-021-00098-4

Hunter, J., & Miller, J. (2022). The use of cultural contexts for patterning tasks: Supporting young diverse students to identify structures and generalise. *ZDM – Mathematics Education, 54*, 1349–1362. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01386-y

Knott, E., Rao, A. H., Summers, K., & Teeger, C. (2022). Interviews in the social sciences. *Nature Reviews Methods Primers, 2*, Article 73. https://doi.org/10.1038/s43586-022-00150-6

Lee, M. Y., & Lee, J.-E. (2023). The relationship between preservice elementary teachers' solutions to a pattern generalization problem and difficulties they anticipate in teaching it. *The Journal of Mathematical Behavior, 69*, Article 101046. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101046

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2020). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (4th ed.). SAGE Publications.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

Pang, J., & Sunwoo, J. (2022). Design of a pattern and correspondence unit to foster functional thinking in an elementary mathematics textbook. *ZDM – Mathematics Education, 54*, 1315–1331. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01411-0

Paoletti, T., Stevens, I. E., Acharya, S., Margolis, C., Olshefke-Clark, A., & Gantt, A. L. (2024). Exploring and promoting a student's covariational reasoning and developing graphing meanings. *The Journal of Mathematical Behavior, 74*, Article 101156. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101156

Pinto, E., Cañadas, M. C., & Moreno, A. (2022). Functional relationships evidenced and representations used by third graders within a functional approach to early algebra. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*, 1183–1202. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10183-0

E-ISSN : 2962-9713
P-ISSN : 2963-928X

Pittalis, M. (2023). Young students' arithmetic-algebraic structure sense: An empirical model and profiles of students. *International Journal of Science and Mathematics Education, 21*, 1865–1887. https://doi.org/10.1007/s10763-022-10333-y

Polo-Blanco, I., Chimoni, M., Goñi-Cervera, J., & Pitta-Pantazi, D. (2025). Representations and generalization in early algebra: A comparative study of autistic students and their non-autistic peers. *Educational Studies in Mathematics, 120*, 33–55. https://doi.org/10.1007/s10649-025-10416-x

Rolfes, T., Roth, J., & Schnotz, W. (2022). Mono- and multi-representational learning of the covariational aspect of functional thinking. *Journal for STEM Education Research, 5*, 1–27. https://doi.org/10.1007/s41979-021-00060-4

Schifter, D., & Russell, S. J. (2022). The centrality of student-generated representation in investigating generalizations about the operations. *ZDM – Mathematics Education, 54*, 1289–1302. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01379-x

Sterner, H. (2025). Using graphical representations to develop students' correspondence relationships and covariational thinking in pattern generalizations in primary school. *International Journal of Science and Mathematics Education, 23*, 1573–1597. https://doi.org/10.1007/s10763-024-10520-z

Torres, M. D., Moreno, A., Vergel, R., & Cañadas, M. C. (2024). The evolution from "I think it plus three" towards "I think it is always plus three": Transition from arithmetic generalization to algebraic generalization. *International Journal of Science and Mathematics Education, 22*, 971–991. https://doi.org/10.1007/s10763-023-10414-6

Wei, H., Bos, R., & Drijvers, P. (2024). Developing functional thinking: From concrete to abstract through an embodied design. *Digital Experiences in Mathematics Education, 10*, 323–351. https://doi.org/10.1007/s40751-024-00142-z

Wilkie, K. J. (2022). Generalization of quadratic figural patterns: Shifts in student noticing. *The Journal of Mathematical Behavior, 65*, Article 100917. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100917

Wilkie, K. J. (2024). Coordinating visual and algebraic reasoning with quadratic functions. *Mathematics Education Research Journal, 36*, 33–69. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00426-w

Yao, X. (2022). Representation transformations in transition from empirical to structural generalization. *The Journal of Mathematical Behavior, 66*, Article 100964. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100964

.